

МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ
«БОЛЬШЕБОРКОВСКАЯ СРЕДНЯЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ШКОЛА»

Индивидуальный проект
Тема: «Удивительный мир многогранников»

Выполнил: ученик 11 класса
МОУ «Большеборковская СОШ»
Монарх Олег
Руководитель: учитель математики
Корушова В.И.

2024г

Введение

"Правильных многогранников вызывающе мало, - но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук" (Л. Кэрролл)

Актуальность: заключается в том, что теория многогранников не является лишь достоянием прошлого. Она и сейчас представляет большой интерес. У многих учащихся возникают затруднения при изучении геометрических тел и решению пространственных задач. Поэтому я решил расширить свой кругозор в разновидностях многогранников и областях их применения.

Цель проекта: познакомиться с видами многогранников, их классификацией, историей и применением в окружающем мире. Сконструировать набор геометрических тел с помощью развёрток и 3D конструктора своими руками.

Задачи проекта: изучить информационные источники и расширить и углубить знания по данной теме; научиться решать пространственные задачи; показать связь геометрии и природы; изготовить коллекцию многогранников (геометрических тел).

На защиту выносятся: реферат «Удивительный мир многогранников» и набор геометрических тел, изготовленный с помощью развёрток и 3D конструктора своими руками.

Новизна проекта заключается в том, что созданный мною набор геометрических тел является единственным экземпляром.

Практическая значимость заключается в том, что реферат по данной теме поможет учащимся лучше понимать теоретический материал, а наглядное пособие, в виде набора геометрических тел и развёрток, поможет развивать комплекс математических знаний, чертёжных навыков и пространственное мышление.

Исторические сведения о многогранниках

«Математика владеет не только истиной, но и высокой красотой – красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства»
(Бертран Рассел)

Геометрия как теоретическая наука стала складываться в Древней Греции в период с VII по III век до нашей эры. Известно, правда, и более ранние сведения о геометрии, в частности о многогранниках, но это были отдельные разрозненные факты. Многогранники были известны в Древнем Египте и Вавилоне. Достаточно вспомнить знаменитые египетские пирамиды. Великая пирамида в Гизе. Эта грандиозная Египетская пирамида является одной из 7-ми чудес древности. Во времена своего создания Великая пирамида была самым высоким сооружением в мире. И удерживала она этот рекорд почти 4000 лет. Это правильная пирамида, в основании которой квадрат со стороной 233 м и высота которой достигает 146,5 м. Над её сооружением трудились ежедневно около 100 000 человек в течение 20 лет.

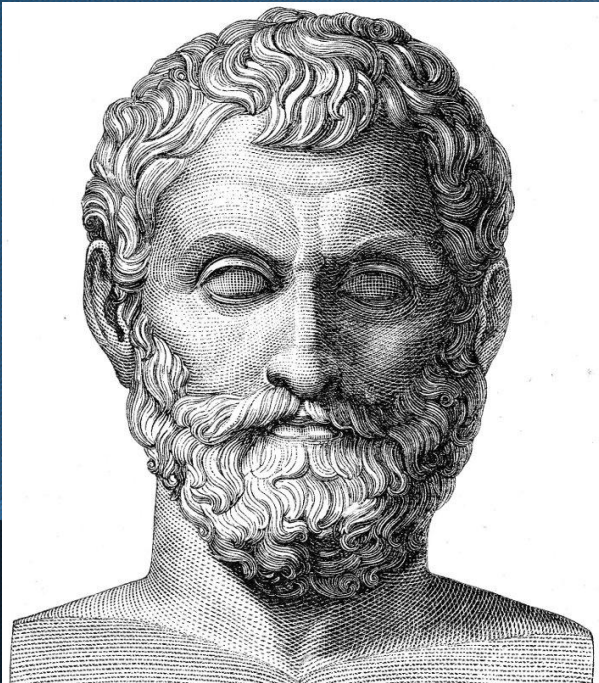


Исторические сведения о многогранниках

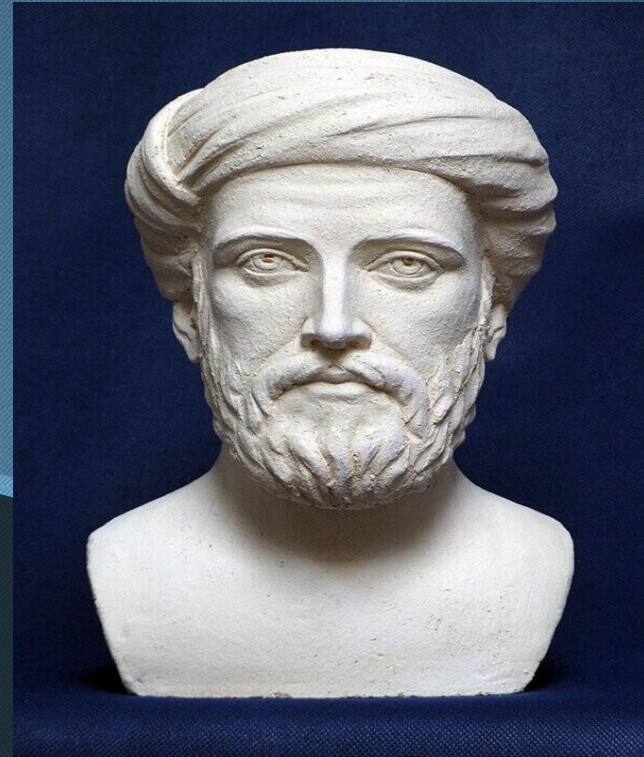
Самыми известными были школы: Фалеса, Пифагора, Платона, Александрийская и другие.

Ведущая роль в развитии математики этого периода принадлежит Пифагору (570 – 470 гг. до н.э.).

Пифагорейцы занимались правильными многоугольниками. Даже отличительным знаком их братства был правильный звёздчатый пятиугольник. Именно школе Пифагора приписывают открытие существования пяти типов правильных выпуклых многогранников, которые использовались для философских космологических теорий



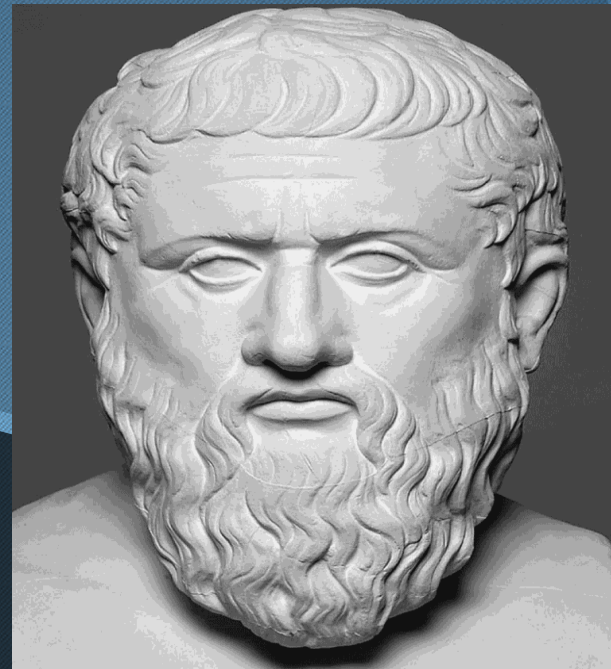
Фалес (635-548гг. до н.э.) из Милета определил высоту предмета по его тени, пользуясь тем, что ему было известно, что треугольник определяется одной стороной и двумя прилежащими к ней углами.



Исторические сведения о многогранниках



Другой знаменитой философской школой была школа Платона (V – IV вв. до н.э.). Её основатель – Платон не был математиком и не получил никаких результатов в этой науке, но в своих многочисленных произведениях любил говорить о математике. В трактате «Тимей» он изложил учение пифагорейцев о правильных многогранниках, которые именно поэтому стали называться Платоновыми телами.



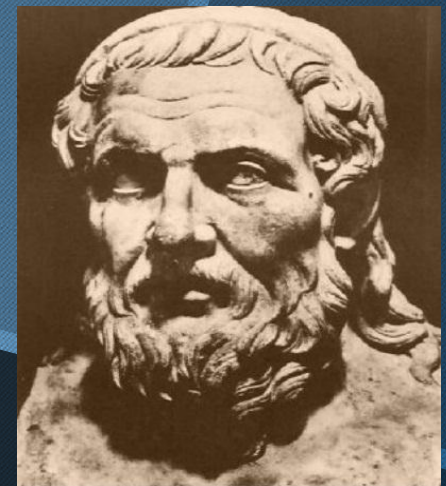
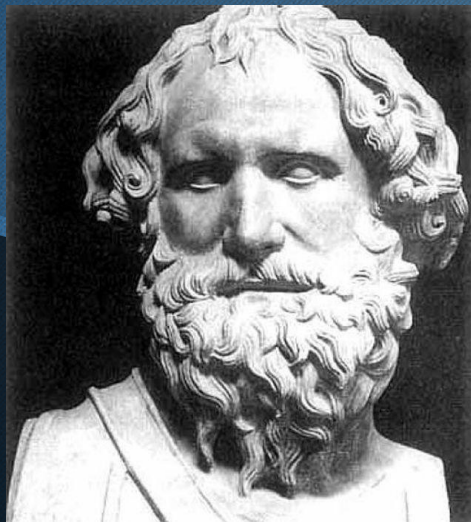
Более поздняя школа – Александрийская. В 344 году до нашей эры Александр Македонский начал завоевание Персии. После его смерти в 323 году до нашей эры весь Ближний Восток был в руках греков. Началась эпоха эллинизма, которая дала миру трёх знаменитых учёных: Евклида, Архимеда, Аполлония.

Исторические сведения о многогранниках

«Начала» Евклида имеют огромное историческое значение. Их даже сопоставляют с Библией по влиянию на науку и культуру цивилизованных народов. Переведённые на все языки «Начала» почти до конца XVIII столетия оставались единственным учебником, по которому изучали геометрию в университетах и школах Европы, единственным источником всякого геометрического познания.



Архимед стал строить многогранники, у которых гранями являются правильные, но не одноимённые многоугольники, а в каждой вершине, как и у правильных многогранников, сходится одно и то же число рёбер. Получились так называемые равноугольные полуправильные многогранники. До нас дошла работа самого учёного, которая называется «О многогранниках», подробно описывающая тринадцать таких многогранников, получивших название тела Архимеда.



Ещё одним крупным учёным той эпохи, занимавшимся изучением многогранников, был Аполлоний (260 – 170 гг. до н.э.). Ему принадлежит теорема о том, что отношение объёмов октаэдра и икосаэдра равно отношению площадей их поверхностей (задача Архимеда).

Классификация многогранников. Теорема Эйлера

Многогранник – это часть пространства, ограниченная соединенными между собой многоугольниками так, что сами многоугольники являются его гранями, стороны – ребрами, а концы ребер – вершинами многогранника.

Многогранник называется **выпуклым**, если он весь расположен по одну сторону от плоскости каждой из его граней. В зависимости от видов многоугольников, образующих многогранники, они делятся на множество групп. Рассмотрим самые важные из них.

По форме различают правильные, полуправильные и звёздчатые многогранники.

Названия многогранников имеют древнегреческое происхождение, в них зашифровано число граней. «Эдра» -грань, «тетра» - четыре, «гекса» - шесть, «окта» - восемь, «додека» - двенадцать, «икоса» - двадцать

Правильный многогранник	Число		
	Граней	Вершин	Ребер
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

Многогранник называется правильным, если:

- 1) он выпуклый;
- 2) все его грани – равные друг другу правильные многоугольники;
- 3) в каждой его вершине сходится одинаковое число ребер;
- 4) все его двугранные углы равны.

Евклид доказал, что правильных многогранников существует всего пять: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр. Стороны многогранников образованы правильными треугольниками (тетраэдр, октаэдр и икосаэдр), квадратами (куб) и правильными пятиугольниками (додекаэдр).

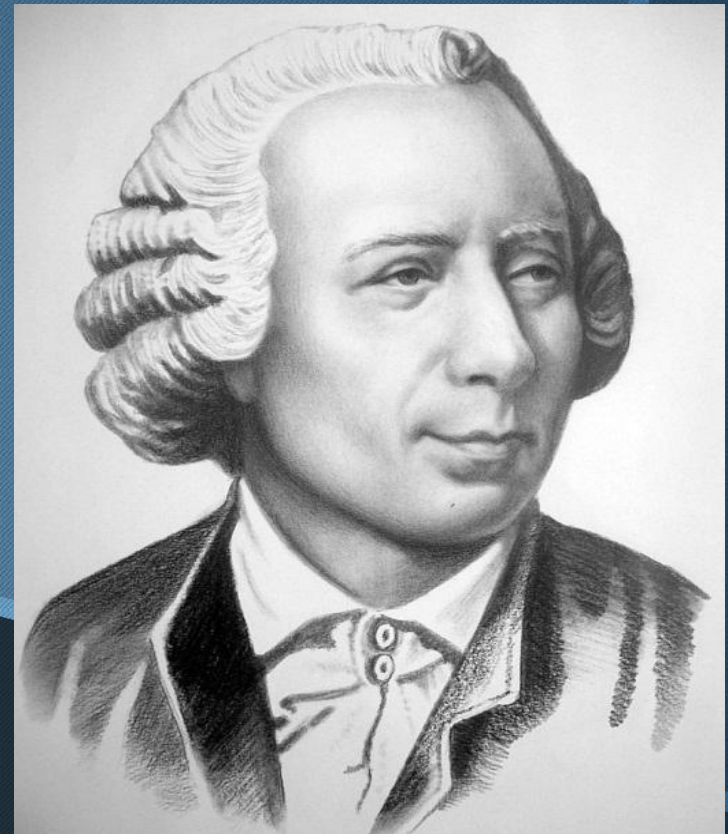
Классификация многогранников. Теорема Эйлера

Удивительно то, что при огромном разнообразии правильных многоугольников, правильных многогранников из них можно получить лишь пять. И доказать это не сложно. Давно было замечено, что между числом граней, рёбер и вершин многогранника есть простое соотношение. По таблице видно, что сумма всех граней и числа вершин всегда на 2 больше числа рёбер. Это наблюдение верно для любого выпуклого многогранника и составляет содержание теоремы Эйлера.

Теорема Эйлера. Для любого выпуклого многогранника справедлива формула $V + G - P = 2$, где V – число вершин, G – число граней, P – число рёбер.

Многогранник	V	G	P
Тетраэдр	4	4	6
Куб	8	6	12
Октаэдр	6	8	12
Додекаэдр	20	12	30
Икосаэдр	12	20	30

Поэтому, можно сделать вывод, что существует лишь пять типов правильных многогранников.



Практическое применение многогранников



Крупный план внутренней части модели

Солнечной системы:
Меркурий, Венера, Земля,
Марс, Юпитер, Сатурн. По
мнению Кеплера, сферы
планет связаны между
собой вписанными в них
Платоновыми телами.

Согласно философии Платона

	ОГОНЬ	тетраэдр	
	ВОДА	икосаэдр	
	ВОЗДУХ	октаэдр	
	ЗЕМЛЯ	гексаэдр	
	ВСЕЛЕННАЯ	додекаэдр	

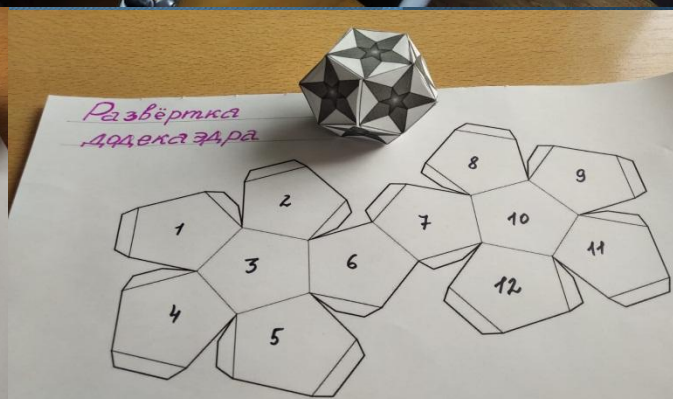
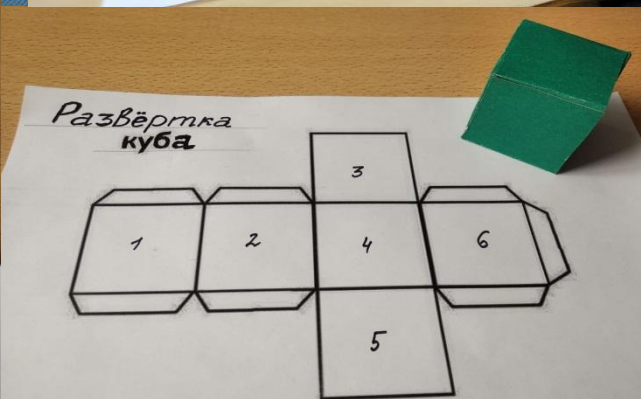
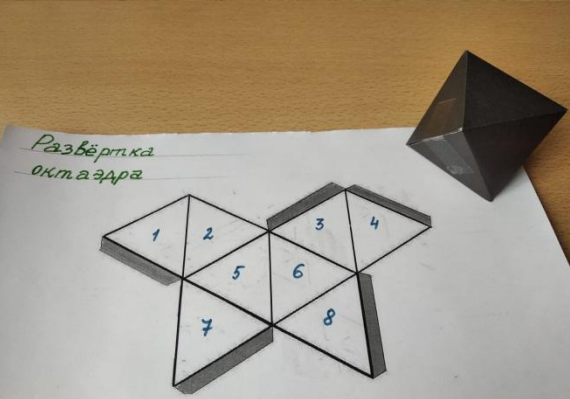
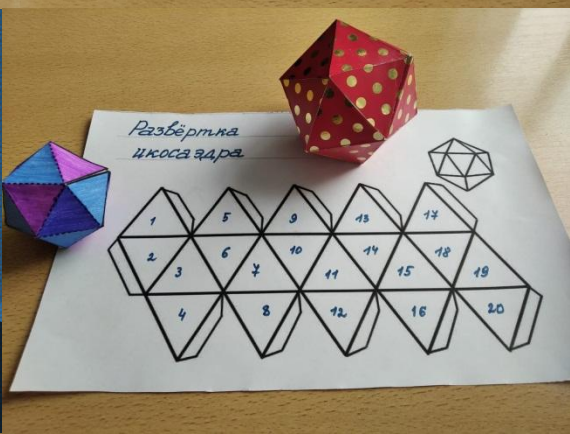
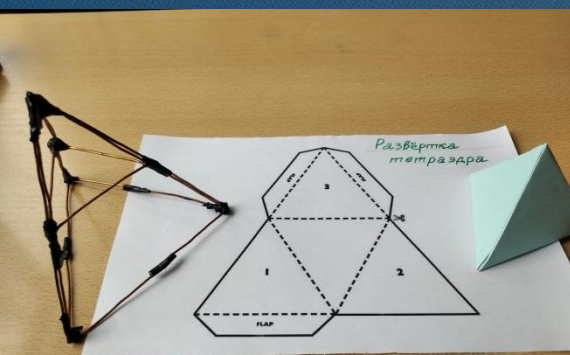
Иоганн Кеплер, немецкий астроном в 17 веке занимался теорией полуправильных выпуклых многогранников. Он описал два звездчатых многогранника: большой звездчатый додекаэдр и малый звездчатый додекаэдр.



Пифагорейцы использовали правильные многогранники для своих философских теорий. Они олицетворяли в них четыре сущности или "стихии", являлись основами бытия

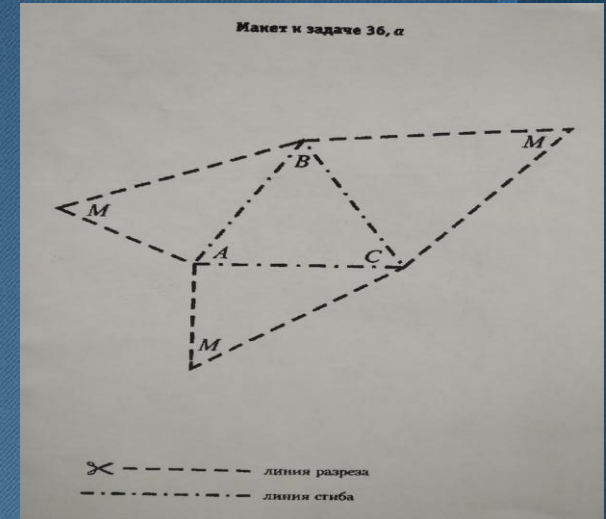
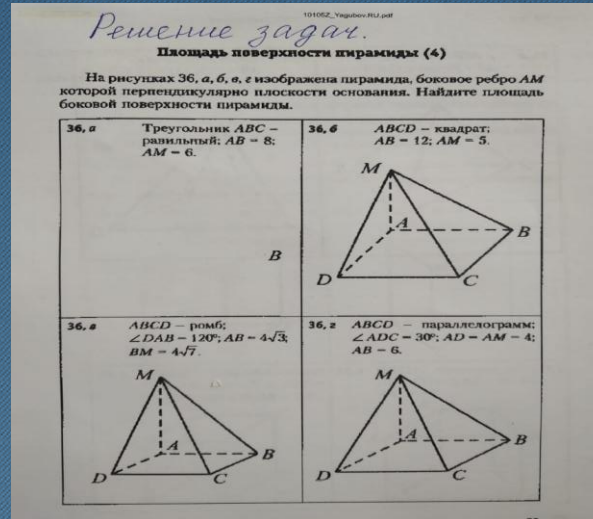
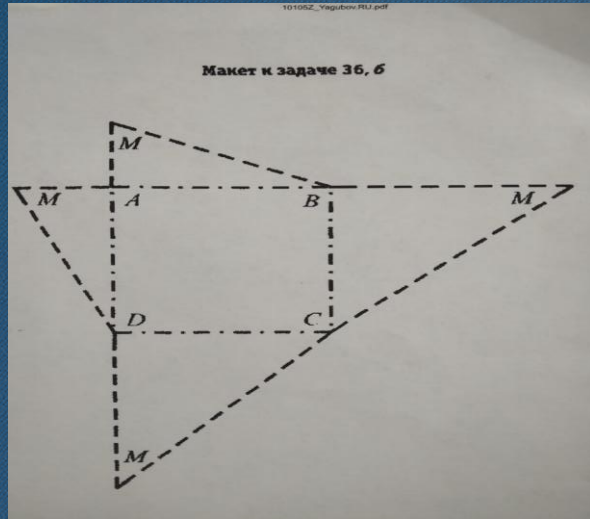
Изготовление моделей многогранников

Я ознакомился и воспользовался методом развёрток и 3D моделированием для изготовления моделей многогранников



Изготовление моделей многогранников

Изготовление моделей многогранников с помощью развёрток позволило мне разобраться с решением стереометрических задач.



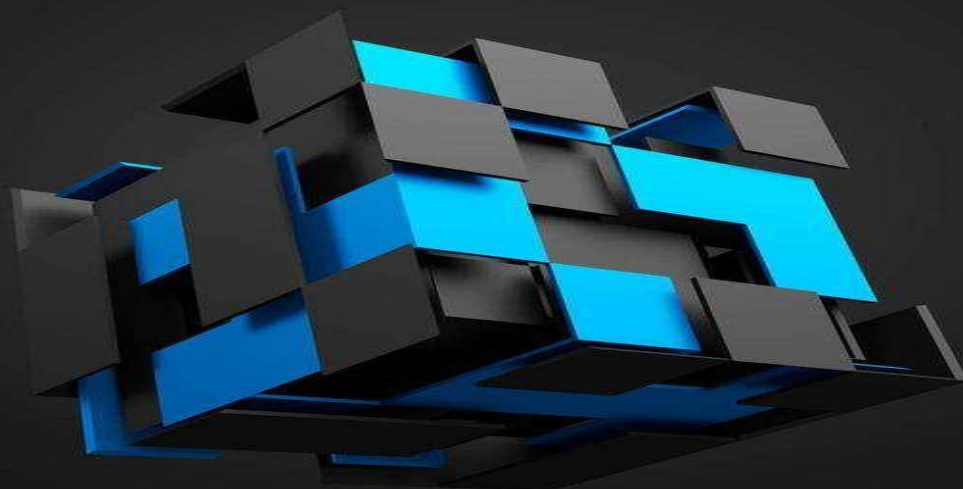
Заключение

Есть в школьной геометрии особая тема, которую хочется изучать и исследовать. Здесь не только открывается удивительный мир геометрических тел, обладающих неповторимыми свойствами, но и интересные научные факты и гипотезы.

Создавая этот проект, я изучил материал по теме «Многогранники», своими руками создал набор геометрических тел и написал реферат «Удивительный мир многогранников». Всё это помогло мне лучше понять предмет и научиться решать задачи.

Исторический материал, который включён в проект, поможет ближе познакомиться с началом геометрии. Собирая и обрабатывая весь материал, я постарался выделить самое главное, что будет интересно узнать ученикам. Мой реферат по данной теме поможет учащимся лучше понимать теоретический материал, а наглядное пособие, в виде набора геометрических тел и развёрток, поможет развивать комплекс математических знаний, чертёжных навыков и пространственное мышление.

Я считаю, что заданная цель проекта достигнута и задачи выполнены полностью.



Список литературы и Интернет-ресурсов

Веннинджер М. Модели многогранников. – М.: Мир, 1974.

Гросман С., Тернер Дж. Математика для биологов. М., 1983.

Смирнова И.М. В мире многогранников. М., 1990.

«Polyhedron Origami For Beginners», Miyuki Kawamura, Tokyo, Japan, Published by Nihon CO., LTD, 2001.

Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н. Наглядная геометрия. М., 1992.

<http://ru.wikipedia.org>

<http://www.vseznaika.ru>

<http://youtube.com>

<http://origamisan.com>

<http://liberte.com>

Александров А.Д., Что такое многогранник?// Математика в школе,1981

Галиулин Р.Н Как устроены кристаллы//квант.,1983.(Дается обзор кристаллов, как природных многогранников)

Uztest.ru (моделирование многогранников)

nips.riss-telecom.ru/poly/ (мир многогранников, применение многогранников в архитектуре, искусстве, природные многогранники)

<http://zvzd3d.ru/frombumaga.html> (сайт с развертками!)



Спасибо за внимание!